

DETERMINAREA CONSTANTEI ELASTICE A UNUI RESORT

1. Scopul lucrării

Scopul acestei lucrări este de a determina constantele elastice pentru mai multe tipuri de resorturi și de a evidenția modul de acțiune al forței elastice.

2. Considerații teoretice

Se consideră un resort de lungime inițială l_0 , fixat la unul din capete pe un stativ. Dacă de celălalt capăt se atârână un corp de masă m , se produce o alungire Δl a resortului (vezi Fig. 1). Valoarea acestei alungiri este:

$$\Delta l = \frac{m \cdot g}{k}, \quad (1)$$

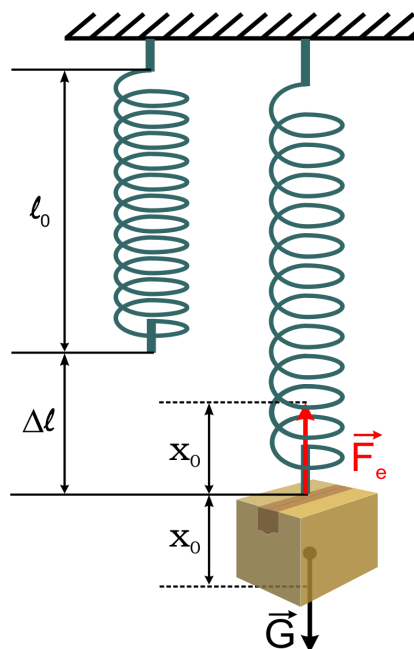
unde k reprezintă *constanta elastică* a resortului. Sub acțiunea acestei greutatei resortul se întinde până își atinge poziția de echilibru. Resortul fiind alungit cu o anumită lungime x , forțele elastice interne vor acționa asupra corpului de masă m , cu o forță elastică globală:

$$F = -kx, \quad (2)$$

care se opune deformației produse de acesta. Aplicând legea a doua a lui Newton, rezultă următoarea ecuație de mișcare:

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = -kx, \quad (3)$$

sau



$$\frac{d^2 x}{dt^2} = -\omega^2 x, \quad (4)$$

unde $\omega^2 = \frac{k}{m}$ și reprezintă frecvența unghiulară a sistemului sau pulsația proprie a sistemului.

$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi\nu$, unde T este perioada proprie și ν este frecvența proprie. Se constată că, perioada T depinde atât de constanta elastică a resortului cât și de masa corpului:

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\sqrt{k/m}}. \quad (5)$$

Soluția ecuației diferențiale (4) este:

$$x(t) = x_0 \cos(\omega t + \alpha), \quad (6)$$

Figura 1

unde x_0 reprezintă *amplitudinea maximă* (alungirea maximă a resortului față de poziția inițială), α *faza inițială*, iar $\omega t + \alpha$, *faza totală*. Mișcarea oscilatorie se va raporta la o singură axă a cărei origine este dată de poziția de echilibru a resortului, sensul pozitiv fiind cel al alungirii. Din relația (2) se poate deduce unitatea de măsură a constantei elastice, și anume, N/m.

3. Aplicații

Reprezentând o caracteristică de material, cunoașterea valorii constantelor elastice este foarte importantă datorită rolului pe care îl au în transmisia vibrațiilor. În proiectarea unor clădiri, poduri, mai ales în zone seismice este absolut necesar să se țină cont de acești parametri de material. Sunt importante atât pentru proiectarea legăturilor elastice, cât și pentru proiectarea amortizoarelor la autovehicule, motociclete, tunuri și obuziere, etc.

4. Metodica experimentală

Relațiile (1) și (4) permit determinarea constantei elastice k prin măsurarea alungirii Δl (metoda statică) și respectiv prin măsurarea perioadei de oscilație (metoda dinamică).

4.1. Instalația experimentală

Resorturile ale căror constante elastice urmează a fi determinate sunt fixate pe un stativ. Se vor utiliza de asemenea și un număr de 3-4 greutăți marcate. Alungirea resortului sub influența diferitelor greutăți se măsoară cu o riglă verticală cu vernier, care permite măsurarea lungimii cu o precizie de 0.1 mm. Timpul se măsoară cu un cronometru, precizia acestuia fiind de 0.2 s.

4.2. Modul de lucru (metoda statică)

1. Se citește poziția inițială a capătului inferior al resortului.
2. Se atârână greutatea în cârligul resortului.
3. Se determină alungirea Δl a resortului.
4. Se determină constanta elastică pe baza relației (1), $k = mg/\Delta l$. Se consideră $g=9.81 \text{ m/s}^2$. Datele experimentale se trec în Tabelul 1.
5. Se repetă operațiile cu mai multe resorturi și mai multe greutăți.

Tabel 1

Nr. crt.	m (Kg)	Δl (m)	k (N/m)	$\frac{\Delta k}{k} \%$	Δk N/m
1					
2					
3					
4					
5					

Determinarea constantei elastice a unui resort

4.3. Modul de lucru (metoda dinamică)

1. Se atârână de resort o greutate marcată și se stabilește poziția de echilibru (repaus) a oscilatorului.
2. Provoacăndu-se o alungire inițială de 2-3 cm se pune resortul în oscilație.
3. Se cronometrează durata t , a unui număr n de 20-30 oscilații complete (cicluri).
4. Se determină perioada $T = t/n$ și se calculează constanta elastică pe baza relației (4), $k = m4\pi^2/T^2$.
5. Datele experimetale se trec în Tabelul 2.
6. Se repetă operațiile cu mai multe resorturi și mai multe greutăți.

5 Tabel 2

Nr. crt.	m (Kg)	t (s)	n	T (s)	k (N/m)	$\frac{\Delta k}{k} \%$	Δk N/m
1							
2							
3							
4							
5							

4.4. Erorile relative ale constantelor elastice au forma

$$\frac{\Delta k}{k} = \frac{\Delta m}{m} + \frac{\Delta(\Delta l)}{\Delta l} + \frac{\Delta g}{g}, \quad (7)$$

și respectiv:

$$\frac{\Delta k}{k} = \frac{\Delta m}{m} + 2 \frac{\Delta T}{T} + 2 \frac{\Delta \pi}{\pi} \quad (8)$$

unde:

$$\frac{\Delta T}{T} = \frac{\Delta t}{t} + \frac{\Delta n}{n} \quad (9)$$

Rezultatele finale se exprimă sub forma $k = \bar{k} \pm \Delta \bar{k}$ (N/m).